



# Title: “Modelado Matemático de un Controlador PID de Ganancia Variable dependiente del Punto de Consigna en la Salida de un PID Convencional.”

Author: Julio Z., GARCÍA-CORTÉS, Francisco J., CARRILLO-GARCÍA, Erick del Jesus, TAMAYO-LOEZA, Iván, MAY-CEN

Editorial label ECORFAN: 607-8534  
BCIERMMI Control Number: 2018-03  
BCIERMMI Classification (2018): 251018-0301

Pages: 30  
RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.  
244 – 2 Itzopan Street  
La Florida, Ecatepec Municipality  
Mexico State, 55120 Zipcode  
Phone: +52 | 55 6159 2296  
Skype: ecorfan-mexico.s.c.  
E-mail: contacto@ecorfan.org  
Facebook: ECORFAN-México S. C.  
Twitter: @EcorfanC

www.ecorfan.  
org

### Holdings

|         |             |                     |
|---------|-------------|---------------------|
| Mexico  | Colombia    | Guatemala           |
| Bolivia | Cameroon    | Democratic Republic |
| Spain   | El Salvador | Republic of Congo   |
| Ecuador | Taiwan      |                     |
| Peru    | Paraguay    | Nicaragua           |

# Agenda

1. Introducción
2. Planteamiento del Problema
3. Objetivo General
4. Hipótesis
5. Materiales y Métodos
6. Desarrollo
7. Resultados
8. Conclusiones
9. Trabajo Futuro
10. Bibliografía

# 1. Introducción

- Se tiene como objetivo controlar la temperatura interior de un horno eléctrico con una alta constante de tiempo térmica.
- Se ha estado utilizando el método de control encendido-apagado para entregar energía eléctrica a la planta.
- Se han estado diseñando y probando controladores con 2 grados de libertad para hacer mas eficiente el control.

## 2. Planteamiento del Problema

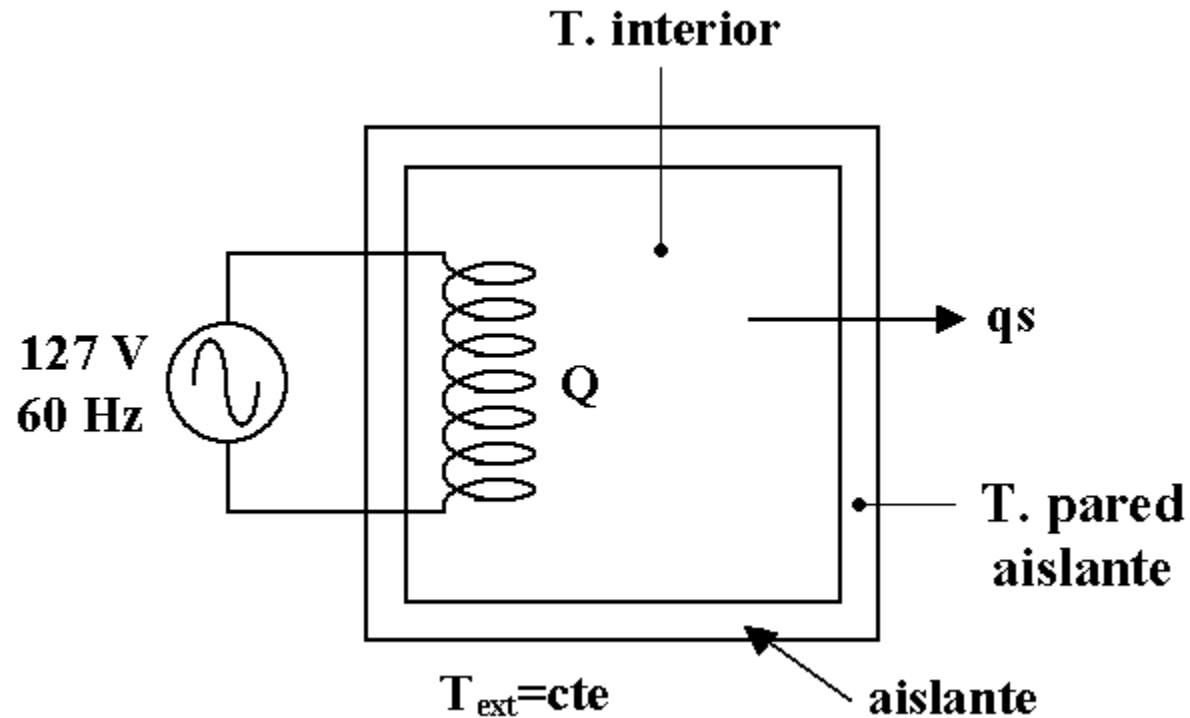


Figura 1. Esquema del Horno Eléctrico.

## 2. Planteamiento del Problema

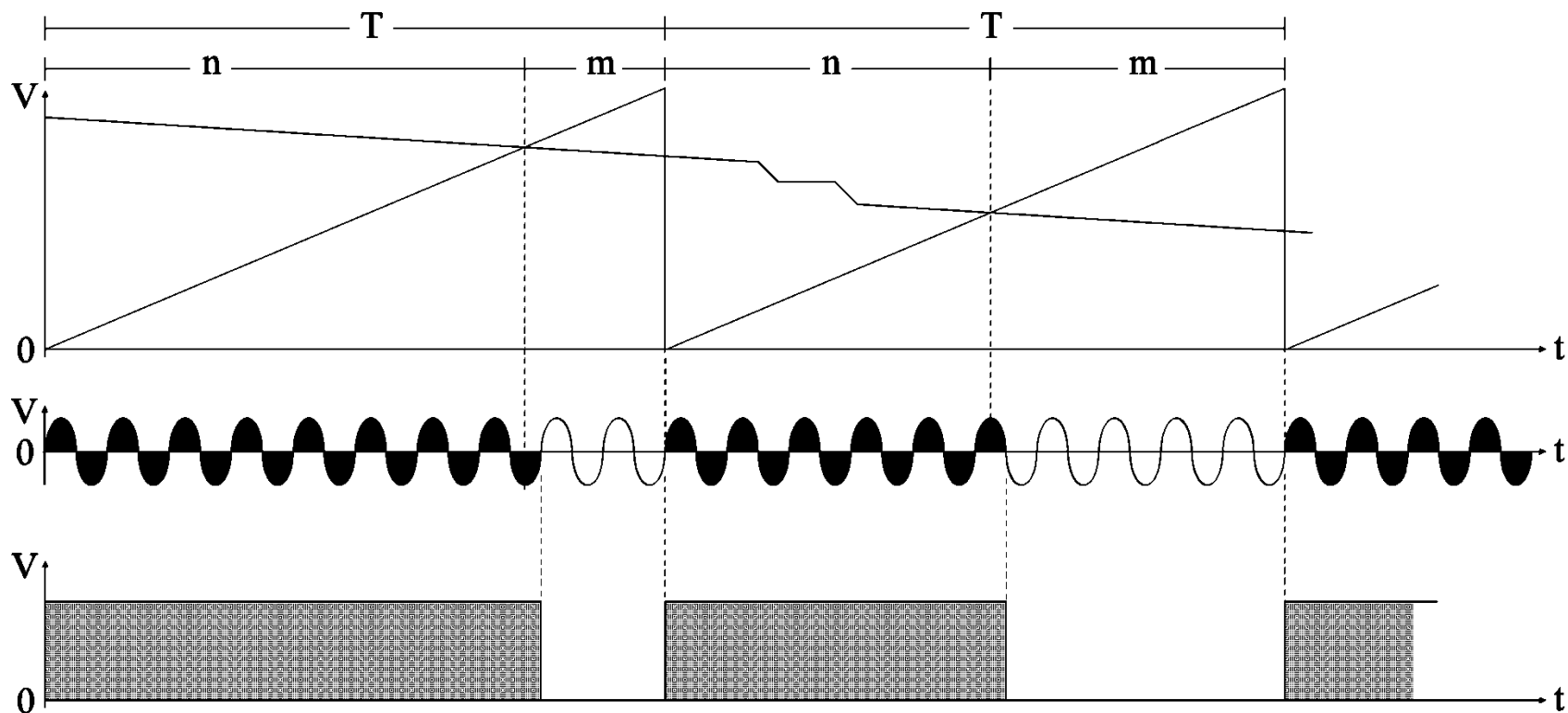


Figura 2. Concepto del método de control Encendido-Apagado.

## 2. Planteamiento del Problema

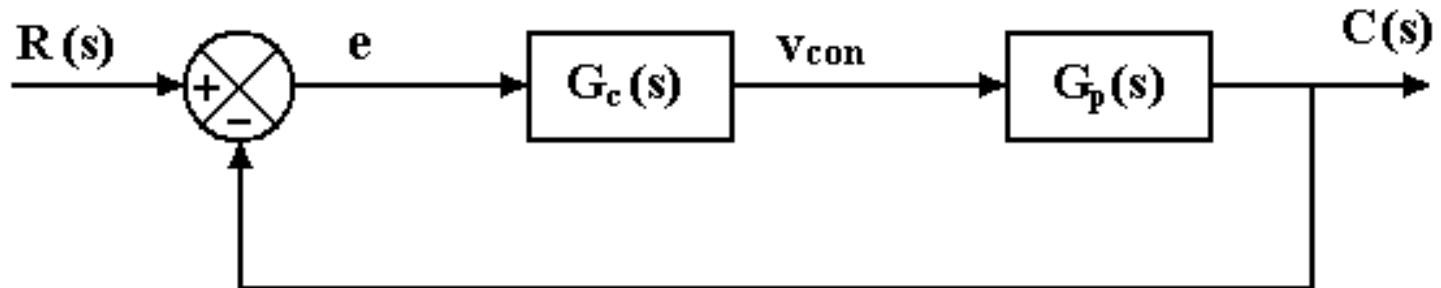


Figura 3. Esquema de control de un solo grado de libertad.

- La señal de error cambia su valor durante el proceso de control, pero la ganancia del controlador es siempre la misma
- El controlador no tiene información del nivel de referencia que debe alcanzar.

## 2. Planteamiento del Problema

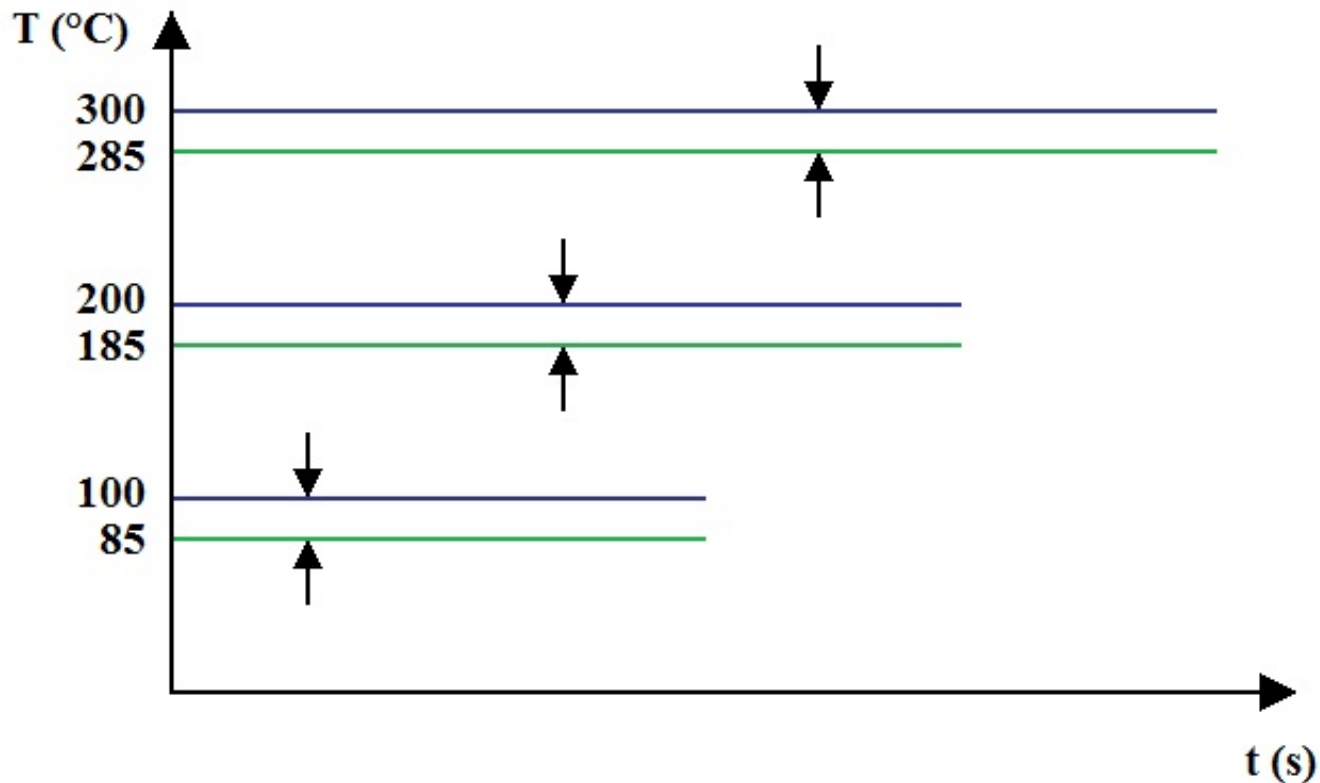


Figura 4. Concepto del problema de solo contar con la señal de error para determinar el valor de la señal de control.

## 2. Planteamiento del Problema

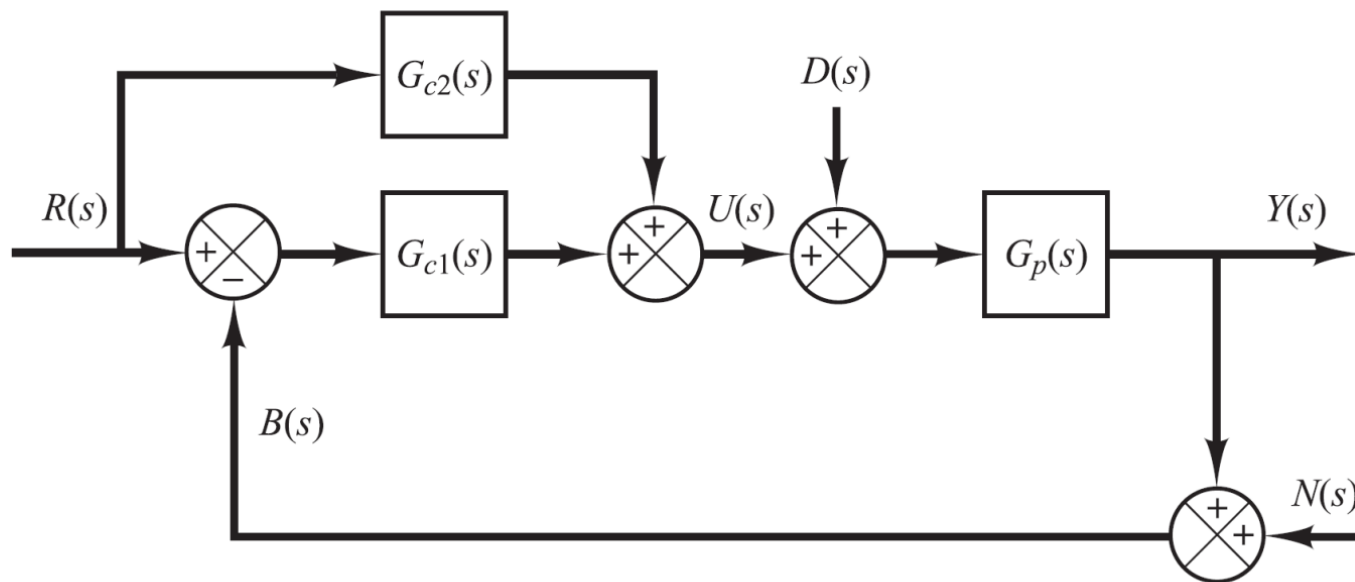


Figura 5. Diagrama a bloques de un controlador con diseño interno.



## 2. Planteamiento del Problema

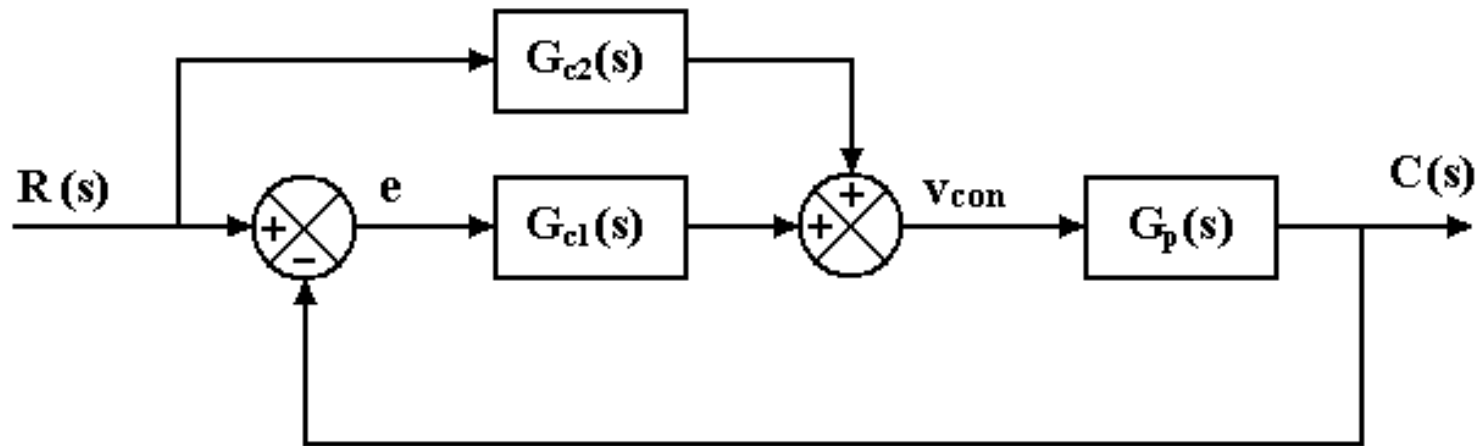


Figura 6. Diagrama a bloques de la propuesta de un controlador con dos grados de libertad

## 2. Planteamiento del Problema

- ¿Cómo aprovechar el dato del punto de consigna para mejorar el control del horno?
- En caso de encontrar una forma de emplear el punto de referencia para robustecer el controlador, ¿Es posible hallar un modelo matemático de este controlador PID modificado?

# 3. Objetivo General

- “Modelar matemáticamente un controlador PID con dos grados de libertad, empleando el punto de referencia y un transistor JFET para modificar la ganancia del propio controlador”.

# 4. Hipótesis

- H0: La implementación de un control PID con dos grados de libertad, dependiente del punto de consigna, empleando un transistor JFET, no puede ser modelada matemáticamente.
- H1: Un controlador PID con dos grados de libertad, dependiente del punto de consigna, empleando un transistor JFET, puede ser modelado mediante las ecuaciones del propio transistor JFET.

# 5. Materiales y Métodos

- El método de control por paquetes, es un método que M. Rashid llamó “Principio del control de encendido-apagado” [1], también es conocido como “Abrir y Cerrar”, “Paquetes de onda”, “on-off”, “Modulación discontinua”, “Tiempo de ciclo”, etc.
- Este tipo de control se usa en aplicaciones con una gran inercia mecánica y alta constante de tiempo térmico (como en calefacción industrial y control de velocidad de motores) [2].

[1,2] M. H. Rashid, “*Electrónica de Potencia, Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones,*” Ed. Pearson Educación de México, S. A. de C.V., 3ª ed., México, 2004, cap. 11, Pág. 500-503.

# 5. Materiales y Métodos

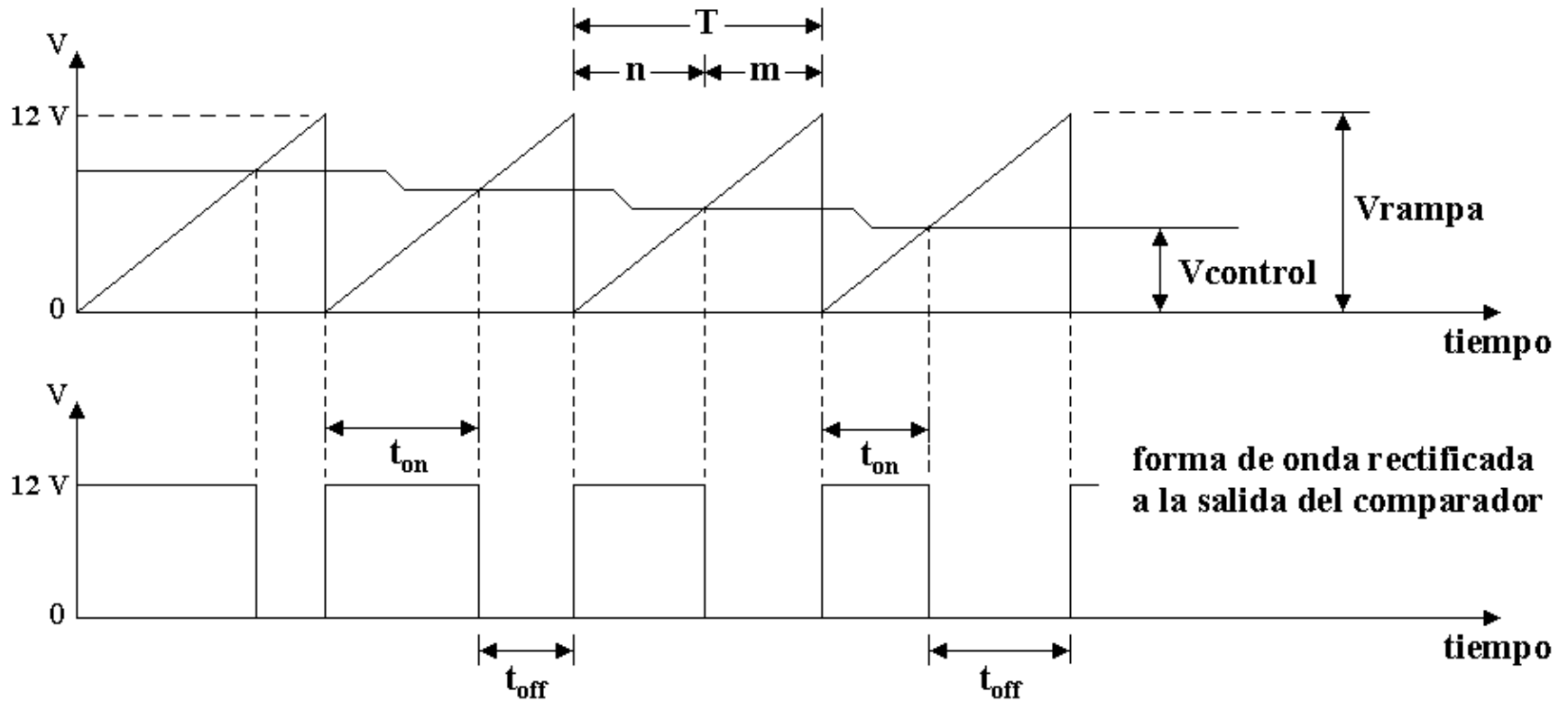


Figura 7. Comparación de  $V_{control}$  vs  $V_{rampa}$ .

# 5. Materiales y Métodos

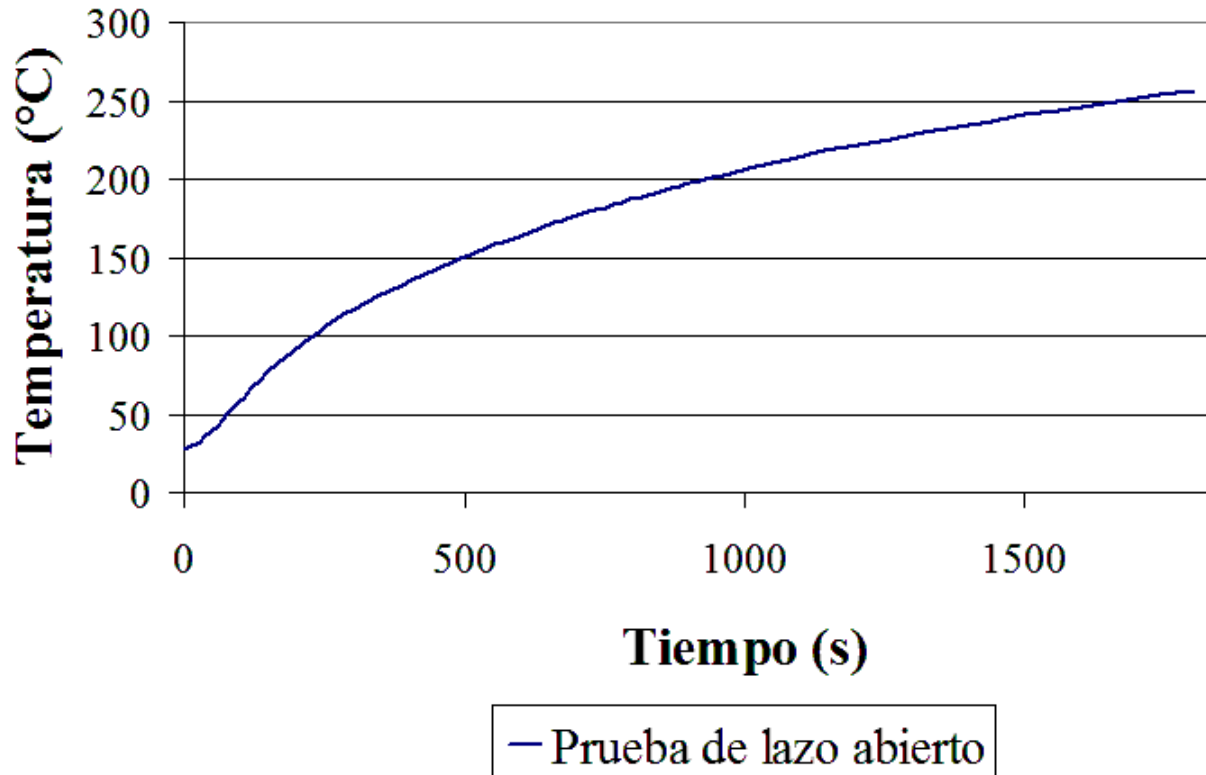
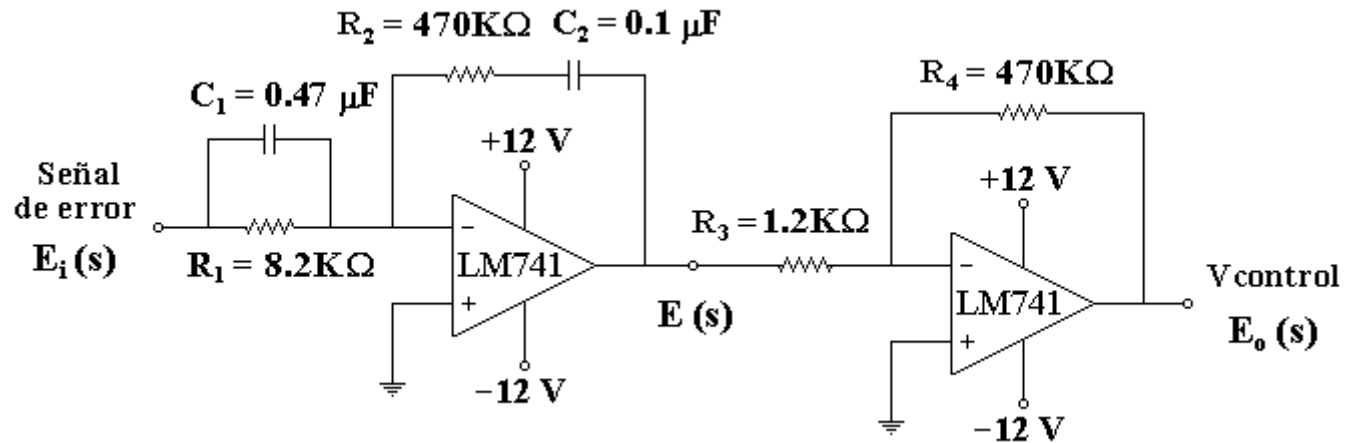


Figura 8. Curva característica del sistema en lazo abierto.

# 5. Materiales y Métodos



$$G_c(s) = \frac{4.49s^2 + 1212.3s + 22450}{0.05s}$$



# 6. Desarrollo

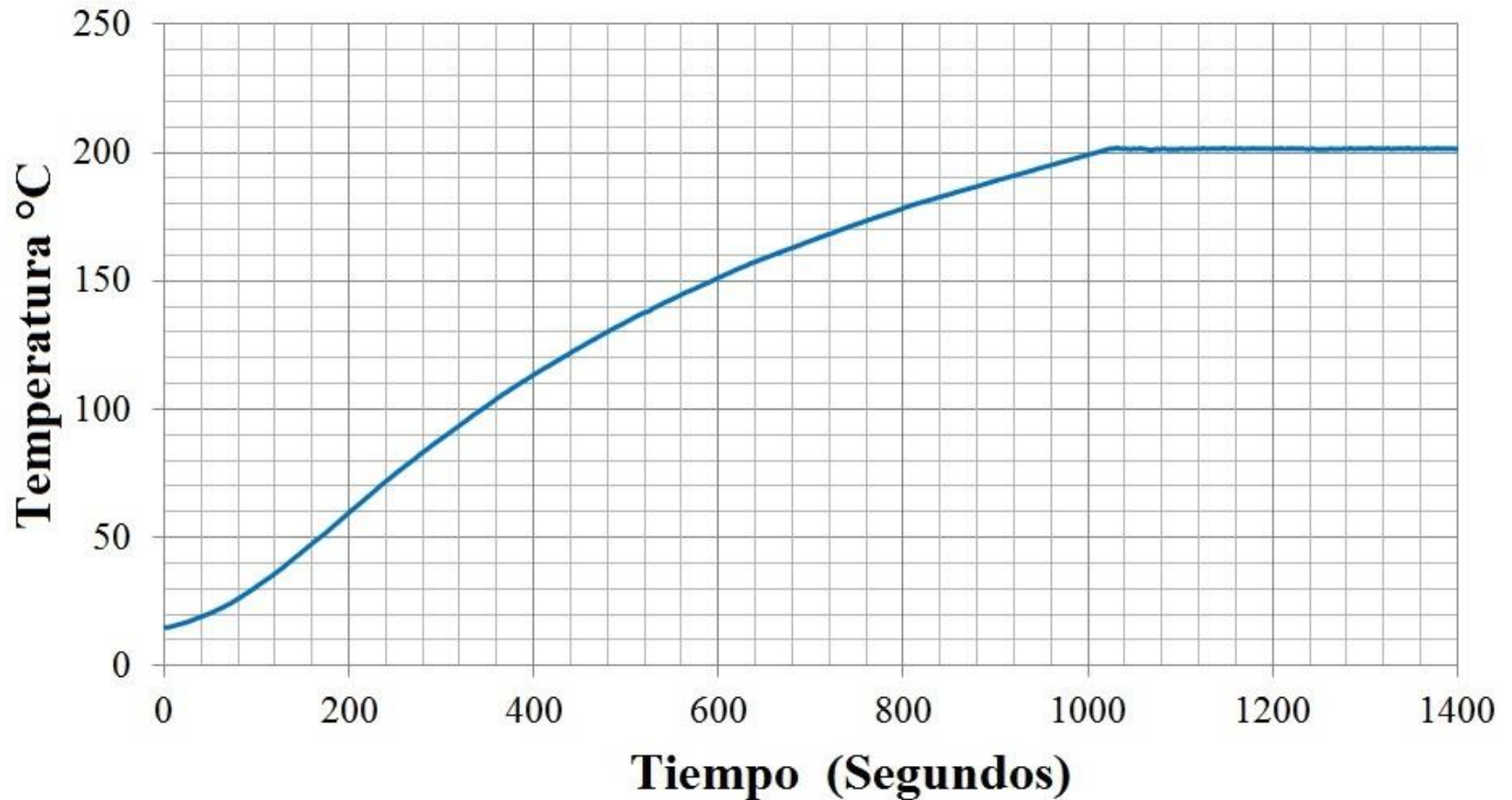


Figura 9. Resultado de una prueba de control a 200°C.

# 6. Desarrollo

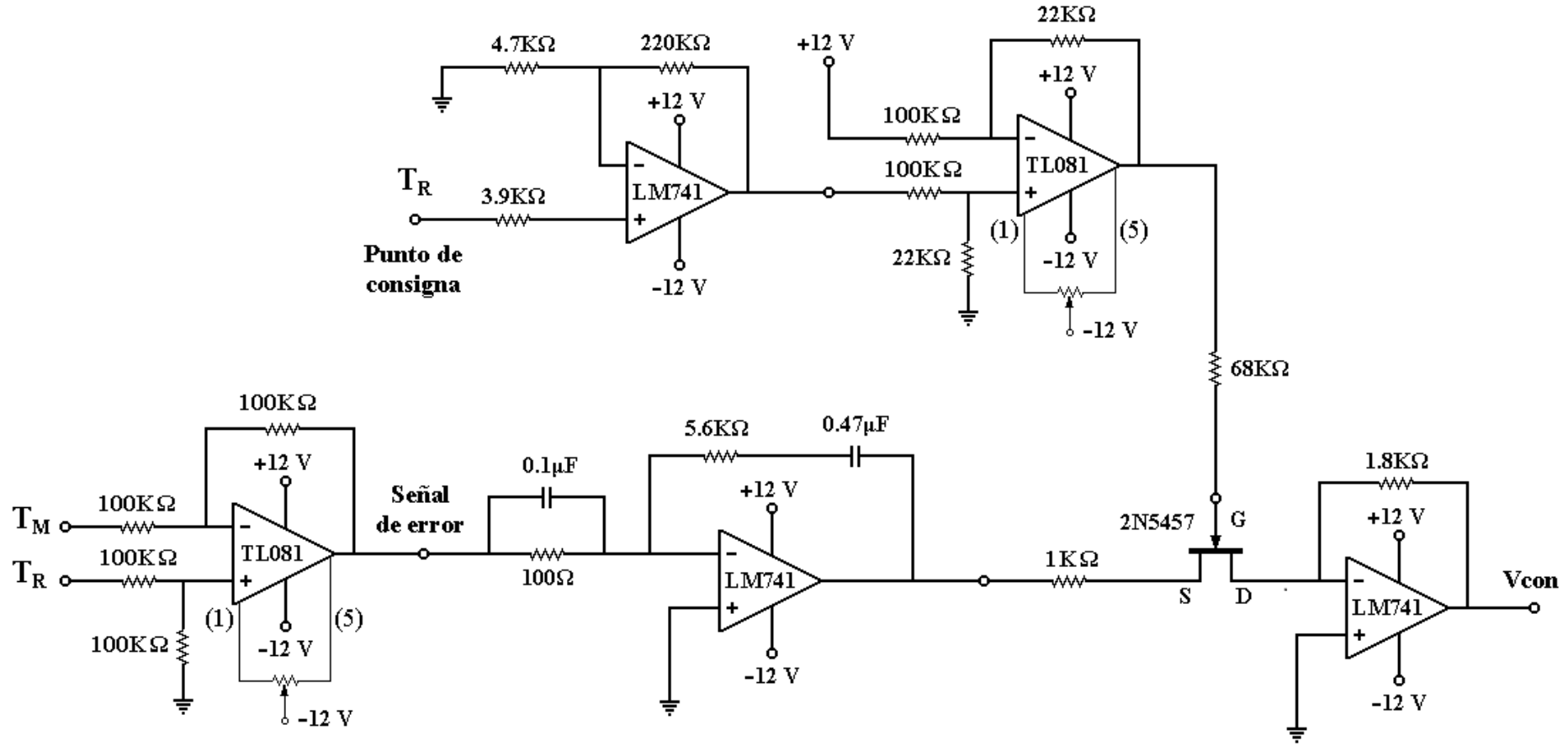


Figura 10. Estructura PID No Lineal obtenida al agregar un Transistor JFET.

## 6. Desarrollo

Definiendo:

$$V_1 = V_R - V_m \quad (1)$$

$$V_2 = -\frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{(R_1 C_1 S + 1)(R_2 C_2 S + 1)}{R_2 C_2 S} \right] V_1$$

Simplificando

$$V_2 = -\left( R_2 C_1 S + \frac{1}{R_1 C_2 S} + \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 C_2} \right) V_1 \quad (2)$$

Sustituyendo  $V_1$  en  $V_2$  se tiene:

$$V_2 = -\left( R_2 C_1 S + \frac{1}{R_1 C_2 S} + \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 C_2} \right) (V_R - V_m) \quad (3)$$

## 6. Desarrollo

Análisis del punto de consigna

$$V_3 = \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) V_R \quad (4)$$

$$V_4 = \frac{R_6}{R_5} (V_3 - 12) \quad (5)$$

Sustituyendo  $V_3$  en  $V_4$  se tiene:

$$V_4 = \frac{R_6}{R_5} \left[ \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) V_R - 12 \right]$$

## 6. Desarrollo

$V_G = V_4$  Por lo tanto

$$V_G = \frac{R_6}{R_5} \left[ \left( 1 + \frac{R_3}{R_4} \right) V_R - 12 \right] \quad (6)$$

Analizando el JFET

$$\frac{V_{control}}{V_2} = - \left[ \frac{R_f}{R_g + R_{SD}} \right]$$

$$V_{control} = - \left[ \frac{R_f}{R_g + R_{SD}} \right] V_2 \quad (7)$$

## 6. Desarrollo

Sustituyendo  $V_2$  en  $V_{control}$  se obtiene:

$$V_{control} = -\frac{R_f}{(R_g + R_{SD})} \left[ -\left( R_2 C_1 S + \frac{1}{R_1 C_2 S} + \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 C_2} \right) (V_R - V_m) \right]$$

Simplificando y debido al efecto del inversor de signo resulta:

$$V_{control} = \frac{R_f}{(R_g + R_{SD})} \left[ \left( R_2 C_1 S + \frac{1}{R_1 C_2 S} + \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 C_2} \right) \right] (V_R - V_m)$$

(8)

# 7. Resultados

$$R_{SD} = V_{SD} / I_{SD}$$

- Estudiando el comportamiento de la resistencia interna del JFET conforme el voltaje de puerta se modifica se obtiene la Tabla I.

| $T_R$ (V) | $R_{SD}$ ( $\Omega$ ) |
|-----------|-----------------------|
| 0.021     | 875                   |
| 0.0405    | 785.7143              |
| 0.05      | 744.186               |
| 0.0758    | 645.3382              |
| 0.101     | 567.9443              |
| 0.126     | 500                   |
| 0.1503    | 451.6129              |
| 0.1756    | 417.3228              |
| 0.2       | 406.25                |
| 0.2508    | 395.3488              |

TABLA I. Valores de  $R_{SD}$  en diferentes puntos de referencia

## 7. Resultados

$$\frac{V_{control}}{(V_R - V_m)} = 1.28 \left( 0.00056 S + \frac{21,276.5957}{S} + 56.21 \right)$$

Simplificando en MatLab se obtiene:

$$\frac{V_{control}}{(V_R - V_m)} = \frac{0.00001491S^2 + 1.497S + 566.5}{S}$$

Función de transferencia del sistema.



# 7. Resultados

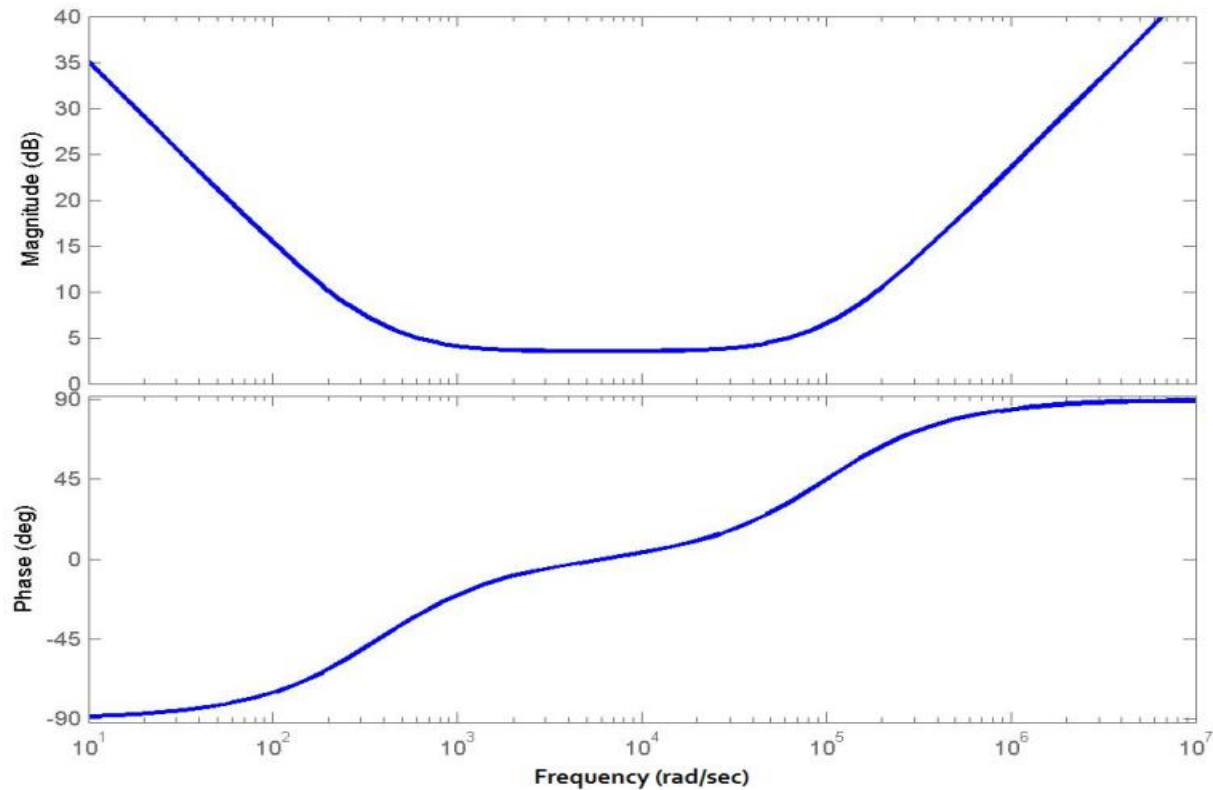


Figura 11. Trazas de Bode para la función de transferencia

# 7. Resultados

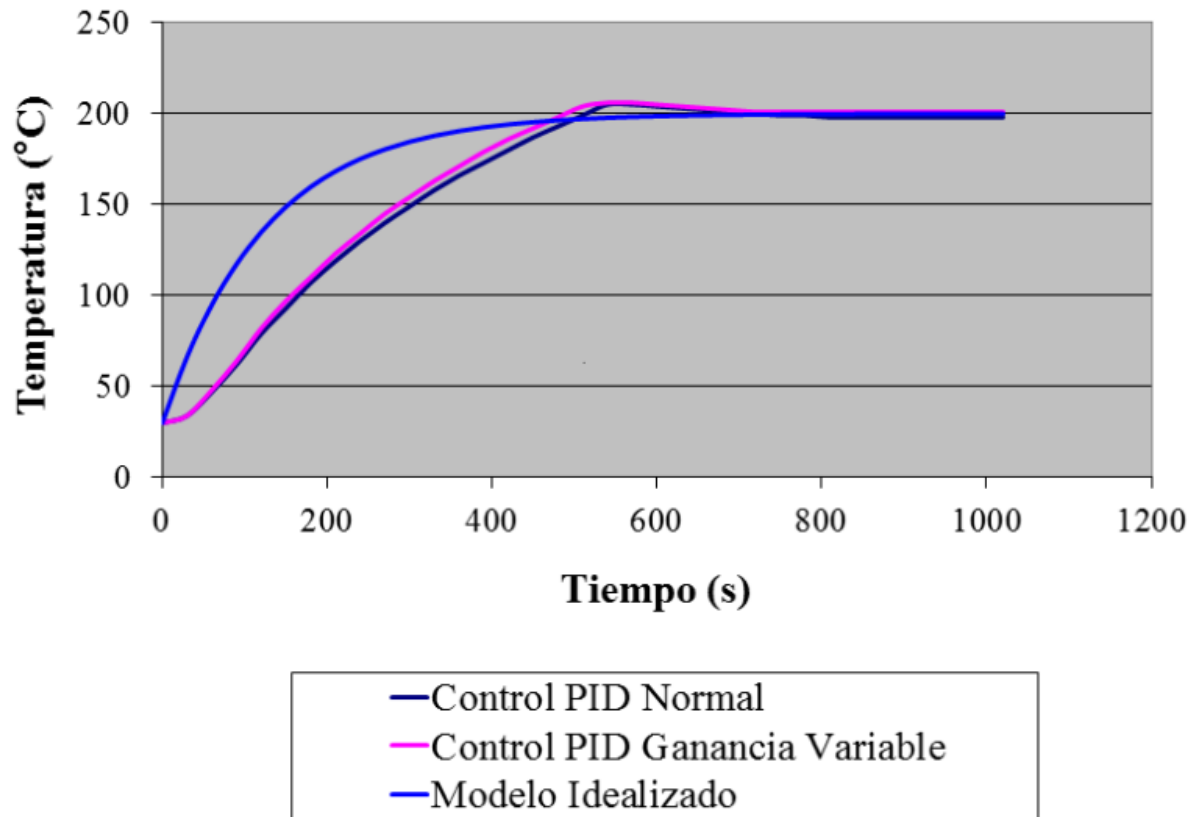


Figura 12. Grafica de resultados de pruebas reales a 200°C

## 8. Conclusiones

- H0: Falso. Si es posible determinar el modelo matemático de un controlador PID con dos grados de libertad, dependiente del punto de consigna, empleando un transistor JFET.
- H1: Verdadero. Si fue posible encontrar un modelo matemático para un controlador PID con dos grados de libertad, dependiente del punto de consigna, empleando un transistor JFET, y una tabla de correspondencia entre el voltaje de puerta y la resistencia interna mostrada en cada valor.

# 8. Conclusiones

- Se concluye que al variar el voltaje de referencia (valor deseado) se modifica la ganancia, de forma que, si el punto de consigna es muy grande, aumenta la ganancia; por otra parte, si el punto de consigna es pequeño, la ganancia se mantiene prácticamente sin cambio.
- Cuando se eligen puntos de consigna muy grandes, las transferencias de calor son también muy grandes, entonces se dificulta llegar al valor deseado, por ello hay que aumentar la ganancia cuando se solicitan puntos de referencia grandes y disminuirla cuando el punto de referencia es menor, modificando así la operación normal del controlador PID, por lo que se considera que esta versión tiene dos grados de libertad.

# 9. Trabajo Futuro

- Implementar y Modelar matemáticamente mas controladores con 2 grados de libertad, aplicados al sistema bajo estudio.
- Comparar los resultados de probar diferentes controladores de dos grados de libertad y determinar su eficiencia en el sistema considerado.

# 10. Referencias

- [1] García, J. Z., Rodríguez, A., y Caltenco, J. H., Controlador Proporcional-Integral No Lineal Aplicado a un Sistema de Alta Inercia Térmica, Utilizando el Método de Control por Paquetes con base de Tiempo Variable, *En memorias de XII Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas*, México, D.F., pp. 253-258, 2010.
- [2] García, J. Z., Caltenco, J. H., y Carrillo, F. J., Controlador Proporcional+Integral+Derivativo con Etapa de Autosintonización, *En memorias de Congreso en Computación y electrónica CONCyE 2011*, Zacatecas, Zacatecas, México, pp. 46-52, 2011.
- [3] Rashid, M., Electrónica de Potencia, Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones, *Ed. Pearson Educación de México, S. A. De C.V.*, 3ª ed., México, pp. 500-502, 1994.
- [4] Dorf, R. C. y Bishop, R. H., Sistemas de Control Moderno, *Ed. Pearson Educación S. A.*, 10ª ed., España, pp 696, 2005.

# 10. Referencias

- [5] García, J. Z., Espinoza, M., Rodríguez, A., Resultados Experimentales al implementar diferentes Bases de Tiempo en un Sistema de Alta inercia Térmica, utilizando un Controlador Proporcional y el Método de Control por Paquetes, *En memorias de XI Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas*, Ciudad de México, México, pp. 1-5, 2009.
- [6] Ogata, K., Ingeniería de Control Moderna, *Ed. Pearson Educación S.A.*, 4<sup>a</sup> ed., España, pp. 101, 383, 2003.
- [7] García, J. Z., Carrillo, F. J., Modelado Matemático de un Controlador PID No Lineal, *En memorias de VI Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas*, México, D.F., pp. 51-55, 2011.
- [8] Smith, C. y Corripio, A., Control Automático de Procesos, Teoría Y Práctica, *Ed. LIMUSA S. A. de C.V*, México, D.F., pp. 96, 115, 1991.



**ECORFAN®**

**© ECORFAN-Mexico, S.C.**

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- ([www.ecorfan.org/](http://www.ecorfan.org/) booklets)